

**Диагностическая работа по подготовке к ЕГЭ  
по МАТЕМАТИКЕ  
10 класс**

20 мая 2015 года  
Вариант МА00613  
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 15 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–8 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 9–15 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–8 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Из множества натуральных чисел от 73 до 97 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

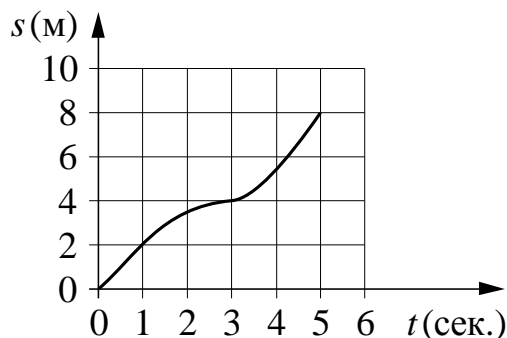
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** В равнобедренном треугольнике внешний угол, смежный с углом при основании, равен  $123^\circ$ . Найдите угол треугольника, лежащий напротив основания. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

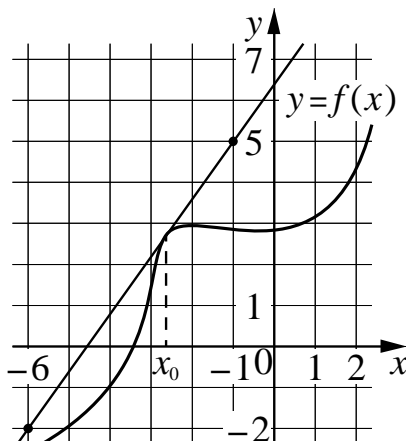
**Выполните только ОДНО из заданий: 3.1 или 3.2.**

- 3.1** Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



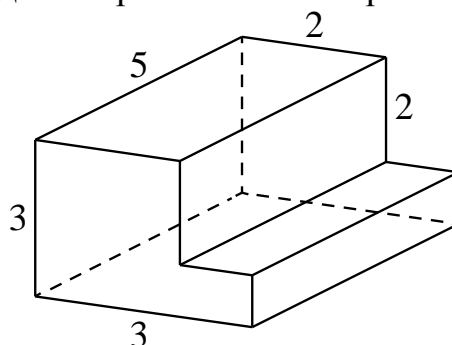
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3.2** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите площадь поверхности многогранника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{6}}{5}$  и  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 40 мг. Период его полураспада составляет 10 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 10 мг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Смешали некоторое количество 18-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 20-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{8 + \cos^2 x}$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 9–15 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

9 а) Решите уравнение  $2\sin(\pi + x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

10 В основании правильной пирамиды  $PABCD$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 6. Сечение пирамиды проходит через вершину  $B$  и середину ребра  $PD$  перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен  $60^\circ$ .

б) Найдите площадь сечения пирамиды.

**Выполните только ОДНО из заданий: 11.1 или 11.2.**

11.1 Решите неравенство  $\log_{(x+4)^2}(3x^2 - x - 1) \leq 0$ .

11.2 Решите неравенство  $\frac{-2x^2 + 23x - 11}{x + 2x^2 - 1} \geq \frac{x + 1}{x - 1}$ .

**12** Дана окружность с центром в точке  $O$  и радиусом 5. Точка  $K$  делит диаметр  $AD$  в отношении  $1:4$ , считая от точки  $D$ . Через точку  $K$  проведена хорда  $BC$  перпендикулярно диаметру  $AD$ . На меньшей дуге  $AB$  окружности взята точка  $M$ .

а) Докажите, что  $BM \cdot CM < BA^2$ .

б) Найдите площадь четырёхугольника  $ACBM$ , если дополнительно известно, что площадь треугольника  $BCM$  равна 24.

**13** В июле планируется взять кредит на сумму 69 510 рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

**14** Найдите все значения  $a \in [-1; 0]$ , при каждом из которых хотя бы одно значение  $x$ , удовлетворяющее условию  $-3 < x < -2,5$  является решением уравнения  $|x - 3a| + |x - 5a| = -2a$ .

**15** Конечная последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  необязательно различных натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n - 2$  выполнено равенство  $a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k - 1$ .

а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 5$ , в которой  $a_5 = 4$ .

б) Может ли в такой последовательности некоторое натуральное число встретиться три раза?

в) При каком наибольшем  $n$  такая последовательность может состоять только из двузначных чисел?



**Диагностическая работа по подготовке к ЕГЭ  
по МАТЕМАТИКЕ  
10 класс**

20 мая 2015 года  
Вариант МА00614  
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 15 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–8 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 9–15 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

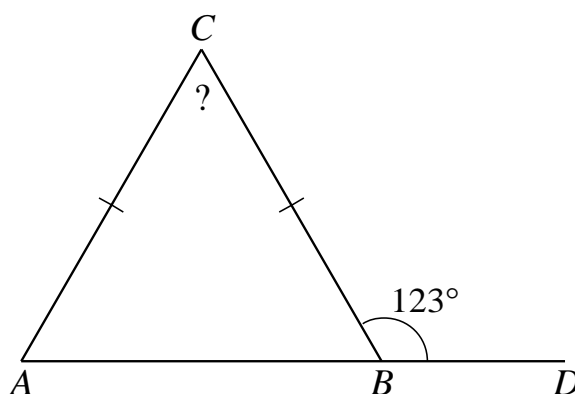
**Часть 1**

*Ответом к каждому из заданий 1–8 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.*

**1** На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет нечётной и больше, чем 4?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2**



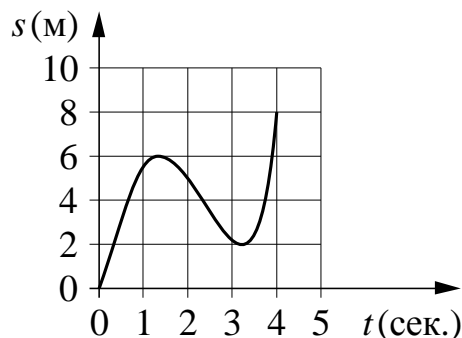
Дано:  $AC = BC$ ;  $\angle CBD = 123^\circ$ .

Найти:  $\angle C$  (в градусах).

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Выполните только ОДНО из заданий: 3.1 или 3.2.**

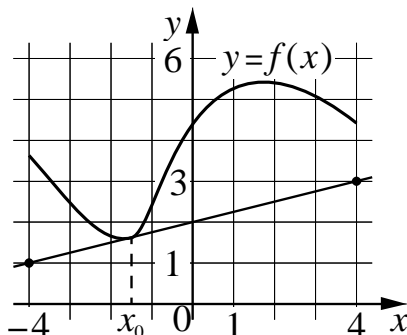
**3.1** Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



Ответ: \_\_\_\_\_.

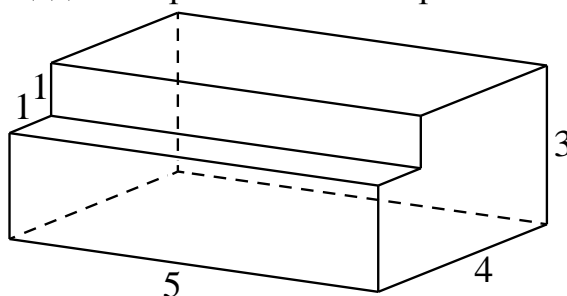


- 3.2** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите площадь поверхности многогранника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{19}}{10}$  и  $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 16 мг. Период его полураспада составляет 10 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 2 мг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Смешали 3 литра 20-процентного водного раствора некоторого вещества с 7 литрами 10-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите наименьшее значение функции  $y = \sqrt{9 + \cos^2 x}$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 9–15 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

9 а) Решите уравнение  $2 \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \cos(2\pi - x) = \sqrt{3} \sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .

10 В основании правильной пирамиды  $PABCD$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 9. Сечение пирамиды проходит через вершину  $B$  и середину ребра  $PD$  перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен  $60^\circ$ .

б) Найдите площадь сечения пирамиды.

**Выполните только ОДНО из заданий: 11.1 или 11.2.**

11.1 Решите неравенство  $\log_{(x-3)^2} (3x^2 + 7x + 1) \geq 0$ .

11.2 Решите неравенство  $\frac{-2x^2 + 19x + 10}{5x + 2x^2 + 2} \geq 1 + \frac{2}{x}$ .

**12** Дана окружность с центром в точке  $O$  и радиусом 5. Точка  $K$  делит диаметр  $AD$  в отношении 1:9, считая от точки  $D$ . Через точку  $K$  проведена хорда  $BC$  перпендикулярно диаметру  $AD$ . На меньшей дуге  $AB$  окружности взята точка  $M$ .

а) Докажите, что  $BM \cdot CM < BA^2$ .

б) Найдите площадь четырёхугольника  $ACBM$ , если дополнительно известно, что площадь треугольника  $BCM$  равна 24.

**13** В июле планируется взять кредит на сумму 40 040 рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

**14** Найдите все значения  $a \in [-1; 0]$ , при каждом из которых хотя бы одно значение  $x$ , удовлетворяющее условию  $-5 < x < -3$  является решением уравнения  $|x - 5a| + |x - 6a| = -a$ .

**15** Конечная последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  необязательно различных натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n - 2$  выполнено равенство  $a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k - 2$ .

а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 5$ , в которой  $a_5 = 9$ .

б) Может ли в такой последовательности некоторое натуральное число встретиться три раза?

в) При каком наибольшем  $n$  такая последовательность может состоять только из двузначных чисел?



**Диагностическая работа по подготовке к ЕГЭ  
по МАТЕМАТИКЕ  
10 класс**

20 мая 2015 года  
Вариант МА00615  
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 15 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–8 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 9–15 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–8 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

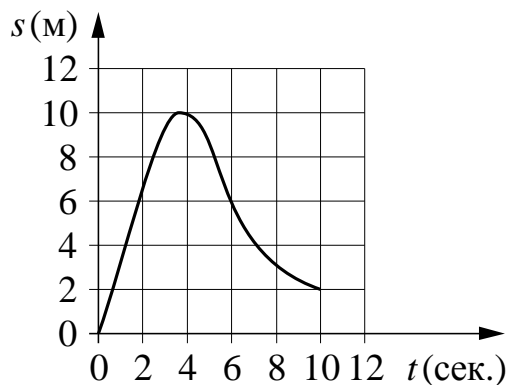
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** В равнобедренном треугольнике угол между боковыми сторонами равен  $118^\circ$ . Найдите угол при основании треугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

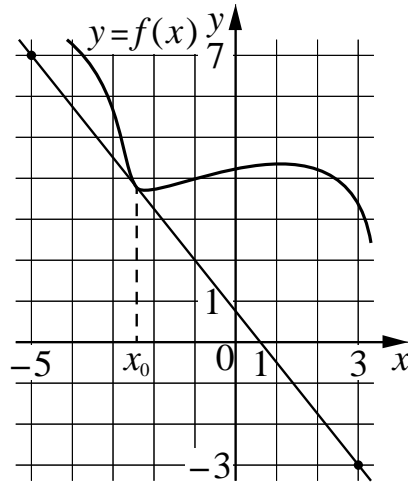
**Выполните только ОДНО из заданий: 3.1 или 3.2.**

- 3.1** Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



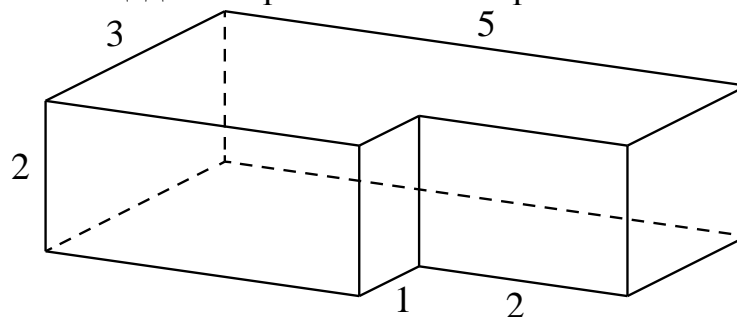
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3.2** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите площадь поверхности многогранника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите  $4\cos 2\alpha$ , если  $\sin \alpha = -0,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 80 мг. Период его полураспада составляет 15 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 10 мг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Смешали некоторое количество 21-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 13-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите наименьшее значение функции  $y = \sqrt{16 + \sin^2 x}$  на отрезке  $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 9–15 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 9 а) Решите уравнение  $2\sin(\pi + x) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ .

- 10 В основании правильной пирамиды  $PABCD$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 6. Сечение пирамиды проходит через вершину  $B$  и середину ребра  $PD$  перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен  $60^\circ$ .

б) Найдите площадь сечения пирамиды.

**Выполните только ОДНО из заданий: 11.1 или 11.2.**

- 11.1 Решите неравенство  $\log_{(x+4)^2}(3x^2 - x - 1) \leq 0$ .

- 11.2 Решите неравенство  $\frac{-2x^2 + 23x - 11}{x + 2x^2 - 1} \geq \frac{x + 1}{x - 1}$ .



**12** Дана окружность с центром в точке  $O$  и радиусом 5. Точка  $K$  делит диаметр  $AD$  в отношении 1:4, считая от точки  $D$ . Через точку  $K$  проведена хорда  $BC$  перпендикулярно диаметру  $AD$ . На меньшей дуге  $AB$  окружности взята точка  $M$ .

а) Докажите, что  $BM \cdot CM < BA^2$ .

б) Найдите площадь четырёхугольника  $ACBM$ , если дополнительно известно, что площадь треугольника  $BCM$  равна 24.

**13** В июле планируется взять кредит на сумму 69 510 рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

**14** Найдите все значения  $a \in [-1; 0]$ , при каждом из которых хотя бы одно значение  $x$ , удовлетворяющее условию  $-3 < x < -2,5$  является решением уравнения  $|x - 3a| + |x - 5a| = -2a$ .

**15** Конечная последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  необязательно различных натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n - 2$  выполнено равенство  $a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k - 1$ .

а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 5$ , в которой  $a_5 = 4$ .

б) Может ли в такой последовательности некоторое натуральное число встретиться три раза?

в) При каком наибольшем  $n$  такая последовательность может состоять только из двузначных чисел?



**Диагностическая работа по подготовке к ЕГЭ  
по МАТЕМАТИКЕ  
10 класс**

20 мая 2015 года  
Вариант МА00616  
(профильный уровень)

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из двух частей, включающих в себя 15 заданий.

Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развёрнутым ответом.

Ответы к заданиям 1–8 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 9–15 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

***Желаем успеха!***

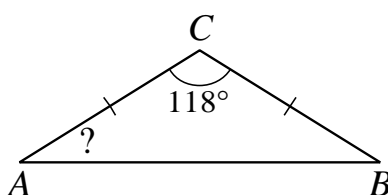
**Часть 1**

**Ответом к каждому из заданий 1–8 является конечная десятичная дробь, целое число или последовательность цифр. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.**

- 1** В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 9. Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2**



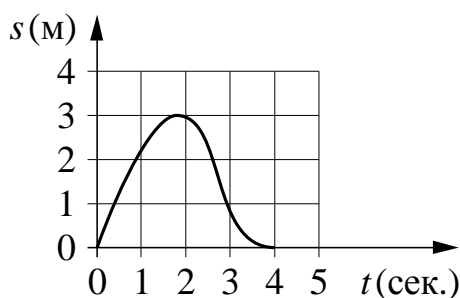
Дано:  $\angle C = 118^\circ$ ;  $AC = BC$ .

Найти:  $\angle A$  (в градусах).

Ответ: \_\_\_\_\_.

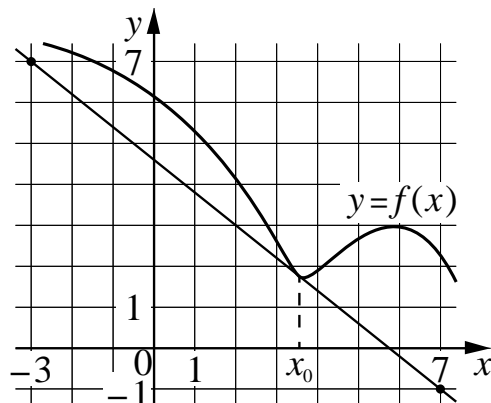
**Выполните только ОДНО из заданий: 3.1 или 3.2.**

- 3.1** Материальная точка движется от начального до конечного положения. На рисунке изображён график её движения. На оси абсцисс откладывается время в секундах, на оси ординат — расстояние от начального положения точки (в метрах). Найдите среднюю скорость движения точки. Ответ дайте в метрах в секунду.



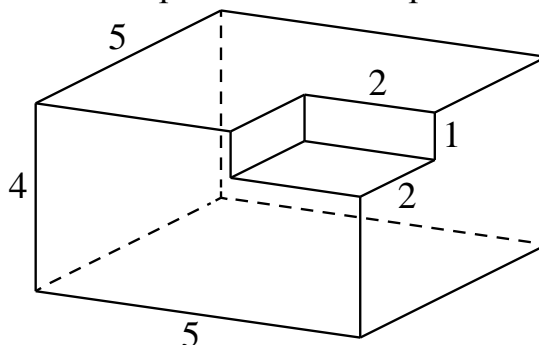
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3.2** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4** На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите площадь поверхности многогранника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите  $36 \cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 156 мг. Период его полураспада составляет 8 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 39 мг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 В сосуд, содержащий 4 литра 20-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 6 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{24 + \sin^2 x}$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 9–15 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (9, 10 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

9 а) Решите уравнение  $2 \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) \cdot \cos(2\pi - x) = \sqrt{3} \sin x$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ .

10 В основании правильной пирамиды  $PABCD$  лежит квадрат  $ABCD$  со стороной 9. Сечение пирамиды проходит через вершину  $B$  и середину ребра  $PD$  перпендикулярно этому ребру.

а) Докажите, что угол наклона бокового ребра пирамиды к её основанию равен  $60^\circ$ .

б) Найдите площадь сечения пирамиды.

**Выполните только ОДНО из заданий: 11.1 или 11.2.**

11.1 Решите неравенство  $\log_{(x-3)^2} (3x^2 + 7x + 1) \geq 0$ .

11.2 Решите неравенство  $\frac{-2x^2 + 19x + 10}{5x + 2x^2 + 2} \geq 1 + \frac{2}{x}$ .

**12** Дана окружность с центром в точке  $O$  и радиусом 5. Точка  $K$  делит диаметр  $AD$  в отношении 1:9, считая от точки  $D$ . Через точку  $K$  проведена хорда  $BC$  перпендикулярно диаметру  $AD$ . На меньшей дуге  $AB$  окружности взята точка  $M$ .

а) Докажите, что  $BM \cdot CM < BA^2$ .

б) Найдите площадь четырёхугольника  $ACBM$ , если дополнительно известно, что площадь треугольника  $BCM$  равна 24.

**13** В июле планируется взять кредит на сумму 40 040 рублей. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга.

На сколько рублей больше придётся отдать в случае, если кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года), по сравнению со случаем, если кредит будет полностью погашен двумя равными платежами (то есть за два года)?

**14** Найдите все значения  $a \in [-1; 0]$ , при каждом из которых хотя бы одно значение  $x$ , удовлетворяющее условию  $-5 < x < -3$  является решением уравнения  $|x - 5a| + |x - 6a| = -a$ .

**15** Конечная последовательность  $a_1, a_2, \dots, a_n$  состоит из  $n \geq 3$  необязательно различных натуральных чисел, причём при всех натуральных  $k \leq n - 2$  выполнено равенство  $a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k - 2$ .

а) Приведите пример такой последовательности при  $n = 5$ , в которой  $a_5 = 9$ .

б) Может ли в такой последовательности некоторое натуральное число встретиться три раза?

в) При каком наибольшем  $n$  такая последовательность может состоять только из двузначных чисел?

